Simetrías ocultas, inestabilidades y supresión de corriente en ratchet brownianos

David Cubero[1] and Ferruccio Renzoni[2]
[1]Departamento de Física Aplicada I, EUP, Universidad de Sevilla, Calle Virgen de África 7, 41011 Sevilla, Spain
[2]Department of Physics and Astronomy, University College London, Gower Street, London WC1E 6BT, United Kingdom

El estudio teórico de los motores brownianos ha resultado de gran utilidad [1] tanto para la comprensión de procesos de transporte molecular dentro de todo ser vivo, como fuente de inspiración para el diseño de nuevos dispositivos a escalas nanométricas que exhiben movimiento dirigido. Precisamente, el premio nobel de química de 2016 fue otorgado a los padres de los motores moleculares artificiales, sintetizados integramente con procedimientos químicos durante la última década.

Todos estos sistemas son normalmente descritos en términos de operación fuera del equilibrio, con movimiento dirigido surgiendo a partir de la ruptura de ciertas simetrías espacio-temporales, las cuales son identificadas a partir del análisis de las ecuaciones de movimiento del sistema en cuestión.

Aquí estudiamos un modelo prototípico de ratchet browniano,

$$m\ddot{x} = -\gamma\dot{x} + \mathcal{F}(x,t) + \xi(t), \tag{1}$$

donde γ es la fricción, $\mathcal{F}(x,t)$ es una fuerza genérica determinista, y $\xi(t)$ es una fuerza fluctuante, modelada por medio de un ruido blanco gaussiano con autocorrelación $\langle\xi(t)\xi(t')\rangle = 2\Gamma\delta(t-t')$, con la amplitud del ruido Γ relacionada con la temperatura T del entorno vía la relación de fluctuación-disipación $\Gamma = \gamma k_B T$.

Para el caso particular de un rocking ratchet, esto es, $\mathcal{F}(x,t) = f(x) + F(t)$, donde $f(x) = -\partial U(x)/\partial x$ es una fuerza conservativa y $F(t)$ es una fuerza conductora, mostraremos la existencia de simetrías ocultas [2], previamente no identificadas,

$$v[f(-x) + F(t)] = v[f(x) + F(t)], \tag{2}$$
$$v[f(x) + F(-t)] = v[f(x) + F(t)]. \tag{3}$$

válidas para sistemas unidimensionales en el límite sobreamortiguado. Estas simetrías no pueden ser identificadas por medio de un análisis de simetría estandar, y requieren diferentes herramientas teóricas para su relevación. Además, veremos que inestabilidades en el sistema puede llevar a ruptura espontánea de simetría, con generación inesperada de transporte dirigido.

De estas simetrías (2)–(3), se deduce, como resultado particular, la existencia en el límite sobreamortiguado de la llamada *supersimetría* [3], que no estaba debidamente explicada [3, 4] debido a la presencia de inestabilidades [2]. Concretamente, se deduce que potenciales shift-simétricos, esto es, definidos tales que se cumple $U(x) = -U(x-L/2)$ para cualquier x, se comportan igual que potenciales espacialmente simétricos, a pesar de no serlo.

Los resultados son también extendidos a los flashing ratchets, vía la simetría [2]

$$v[\mathcal{F}(-x,-t)] = v[\mathcal{F}(x,t)], \tag{4}$$

que nos lleva a una conclusión similar para potenciales shift-simétricos.

Tambien mostramos que sus efectos van más allá del límite sobreamortiguado y el sistema unidimensional de una sola partícula, pudiendo obtenerse puntos de inversión de corriente —de relevancia para el control de la dirección de la corriente— también en otros casos. La figura 1 ilustra un ejemplo en el que se obtiene una considerable cancelación del transporte por la aplicación de un potencial espacialmente asimétrico, pero shift-simétrico.

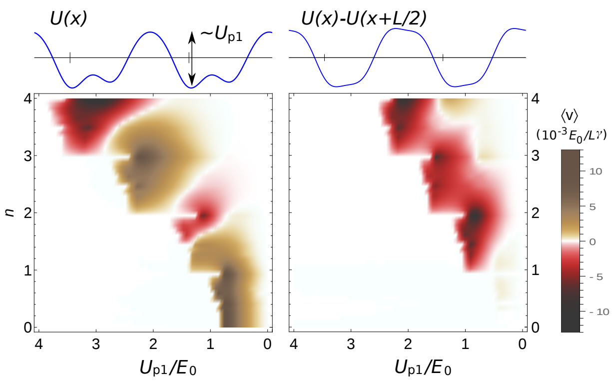

Figure 1: Cancelación de transporte, vía el uso de potenciales shift-simétricos, para el sistema unidimensional y sobreamortiguado de partículas interaccionantes de la Ref. [5]. Los paneles de abajo muestran la corriente de la cadena en función del número de partículas por periodo, n, y la profundidad del potencial U_{p1}/E_0, con los paneles de la izquierda referidos al potencial original $U(x)$ (mostrado en el panel superior), y los paneles de la derecha corresponden al potencial shift-simétrico construido a partir del primero como $U_{\rm ss}(x) = U(x) - U(x + L/2)$. La interacción entre las partículas viene descrita por el potencial $V_{\rm int}(r) = -E_0 \ln(r)$, donde r es la separación entre las partículas. El sistema está conducido por una fuerza armónica que actúa sobre cada partícula. Los parámetros son los mismos que en la Fig. 2 de [5].

[1] D. Cubero y F. Renzoni, *Brownian Ratchets From Statistical Physics to Bio and Nano-motors* (Cambridge University Press, Cambridge, 2016).

[2] D. Cubero y F. Renzoni, Phys. Rev. Lett. **116**, 010602 (2016).

[3] P. Reimann, *Supersymmetric Ratchets*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4992 (2001).

[4] P. Reimann, *Brownian motors: Noisy transport far from equilibrium*, Phys. Rep. **361**, 57 (2002).

[5] C. C. de Souza Silva et al, *Controlled multiple reversals of a ratchet effect*, Nature (London) **440**, 651 (2006).