

Fluctuaciones de origen térmico en la longitud de una barra elástica

José M. Ortiz de Zárate

Departamento de Física Aplicada I. Universidad Complutense. 28040 Madrid

Debido a su posible relevancia en la detección de ondas gravitacionales así como en microscopios de fuerza atómica de nueva generación, en los últimos años hay un creciente interés, teórico y experimental, en las fluctuaciones estocásticas en la longitud de cuerpos elásticos. En particular, interesan las de origen térmico, es decir, fluctuaciones debidas simplemente al hecho de que el material se encuentra a una temperatura $T > 0$, y cuando existe un gradiente de temperatura a lo largo de la muestra [1, 2].

Los pocos resultados disponibles hasta el momento resultan contradictorios. Así, por ejemplo, Conti *et al.* [1] concluyen que la presencia de un flujo de calor incrementa la intensidad (valor cuadrático medio) de las fluctuaciones térmicas con respecto a lo esperado si el sólido elástico estuviera en equilibrio con temperatura uniforme igual a la media. Sin embargo, la conclusión de Geitner *et al.* [2] es justo la opuesta: el valor cuadrático medio que obtienen para las oscilaciones elásticas es menor que si el cuerpo estuviera en equilibrio. Por otra parte, es conocido que en el caso de fluidos [3], las fluctuaciones térmicas fuera del equilibrio son *siempre* de mayor intensidad que en equilibrio.

Para intentar entender el origen físico de estas aparentes contradicciones, así como para comprender mejor las diferencias entre fluctuaciones térmicas de no-equilibrio en fluidos y en sólidos elásticos, hemos comenzado un programa de investigación del que aquí presentamos los primeros resultados. Hemos elegido un modelo de sólido elástico unidimensional sencillo, en el que el único mecanismo disipativo es la conducción térmica, que se acopla por efectos termoelásticos a la longitud del sólido. Usando los principios de la hidrodinámica fluctuante, añadimos un flujo estocástico de calor a las ecuaciones de la termoelasticidad, lo que permite (a partir del teorema de fluctuación-disipación para el flujo estocástico) calcular el espectro de las fluctuaciones. Se puede hacer el cálculo tanto ‘en gordo’ (*bulk*) como incorporando condiciones de contorno realistas, lo segundo exige a nivel analítico utilizar métodos aproximados con proyecciones tipo Galerkin.

Como ejemplo de los resultados preliminares obtenidos hasta el momento, mostramos en la Fig. 1 el espectro temporal de las fluctuaciones espontáneas de origen térmico en la longitud de una barra elástica unidimensional para un estado de equilibrio a temperatura uniforme. Es de señalar que, a pesar de la sencillez de nuestro modelo, aparece de forma natural la serie de resonancias que son de esperar y que se observan experimentalmente [1, 2]. Los resultados de la Fig. 1 están obtenidos sin considerar condiciones de contorno. Como el único mecanismo disipativo que consideramos es la conducción del calor, la anchura de los picos de resonancia en la Fig. 1 depende de la conductividad térmica del material. Al contrario que otros autores [2] no hemos considerado disipación asociada al fenómeno elástico (vis-

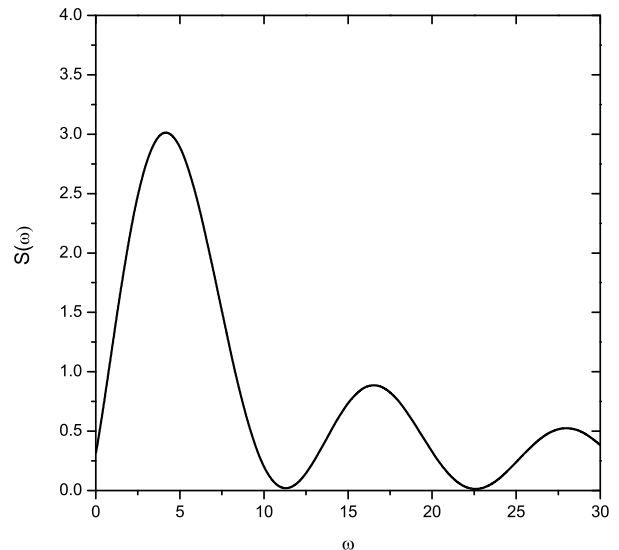


Figura 1: Espectro temporal de las fluctuaciones espontáneas de origen térmico en la longitud de una barra elástica unidimensional (u.a.). Como es de esperar, se obtienen una serie de resonancias. Este resultado es para un estado de equilibrio con temperatura uniforme y sin considerar condiciones de contorno.

coelasticidad), que consideramos en nuestro modelo completamente reversible.

Hemos empezado a estudiar cambios en el espectro de la Fig. 1 cuando se aplica un gradiente de temperatura a lo largo de la barra. Un simple análisis cualitativo muestra que de los dos mecanismos presentes en los fluidos y que generan fluctuaciones de largo alcance espacial [3], el acoplamiento de modos no existe en sólidos. Al quedar únicamente el ruido térmico inhomogéneo [2], es de esperar que los efectos de no-equilibrio en sólidos sean mucho menos importantes que en líquidos, como parece confirmarse experimentalmente [1, 2]. Además, por ese mismo motivo, la amplitud de las fluctuaciones de no-equilibrio en sólidos será *lineal* en el gradiente, en vez de cuadrática, y no es de extrañar que, dependiendo del signo del gradiente, unos autores la midan como positiva y otros como negativa.

-
- [1] L. Conti, P. D. Gregorio, G. Karapetyan, C. Lazzaro, M. Pegoraro, M. Bonaldi, and L. Rondoni, *JSTAT* 2013, P12003 (2013).
 - [2] M. Geitner, F. Aguilar Sandoval, E. Bertin, and L. Bellon. <https://arxiv.org/abs/1612.04134>
 - [3] J.M. Ortiz de Zárate, J.V. Sengers. *Hydrodynamic fluctuations*. Elsevier, Amsterdam, 2006.