

Modelo ruidoso del votante con fanáticos

Nagi Khalil, Raúl Toral and Maxi San Miguel

IFISC (CSIC-UIB), Instituto de Física Interdisciplinar y Sistemas Complejos,
Campus Universitat de les Illes Balears, E-07122, Palma de Mallorca, Spain.

Una de las formas más habituales de estudiar la dinámica de opinión en un sistema de votantes o agentes es mediante el modelo del votante [1, 2, 3]. En éste cada agente puede adoptar dos posibles opiniones que cambia con un ritmo proporcional a la fracción de agentes vecinos o conectados con opinión distinta, es decir, a través de un mecanismo de copia. En el caso más sencillo, todos los agentes son iguales: sus ritmos de cambio son los mismos y además influyen y son influenciados por el resto (una única vecindad). El modelo tiene dos estados estacionarios absorbentes o de consenso asociados a las dos opiniones, esto es, para cualquier configuración inicial de votantes, el sistema alcanza un estado final en el que todos tienen la misma opinión, siendo los dos estados absorbentes equiprobables si en el estado inicial existían los mismos votantes con opiniones distintas.

Distintas modificaciones se han propuesto para el modelo del votante, entre las que cabe destacar las que introducen cierto grado de heterogeneidad en el sistema. Entre éstas, están las que modifican la estructura de interacciones entre agentes y las que lo hacen de las propiedades (ritmos) de éstos. En el primer caso, los cambios en el modelo alteran los tiempos característicos de consenso, pero no modifican sustancialmente el comportamiento del sistema en lo que se refiere a los estados absorbentes. No obstante, en el límite termodinámico y en redes complejas de alta dimensionalidad dichos estados absorbentes nunca se alcanzan. Como ejemplo del segundo, cabe mencionar el caso en el que todos los agentes son iguales excepto uno que nunca cambia de opinión, es decir, un fanático. Ahora el sistema siempre alcanza el estado de consenso al que pertenece el fanático y de forma más rápida [4].

Recientemente se ha propuesto una modificación del modelo del votante a través de la introducción de una fuente intrínseca de cambio de opinión, frecuentemente llamada de ruido, y que ha dado lugar al conocido como modelo ruidoso del votante [5, 6], también llamado de Kirman en otros contextos [7]. En este nuevo modelo, los ritmos de tránsito entre estados contienen dos términos independientes: el original de copia y el nuevo de ruido intrínseco. Una de las implicaciones más importantes de la introducción del ruido es la destrucción de los estados de consenso. En efecto, ahora el sistema tiene un mecanismo de escape de los mencionados estados, a saber, la de que cualquiera de los agentes lo abandone por efecto de su ruido intrínseco. Desde una perspectiva global, el sistema alcanza un estado estacionario con un valor medio de la fracción de votantes en un estado bien definida y en general distinta de uno o cero, esto es, un estado de coexistencia. Más aún, cuando la relación ruido-copia es pequeña ($a/h \ll 1$), el sistema pasa la mayor parte del tiempo cerca de los estados de consenso, mientras que la fracción se acerca a 1/2 cuando la relación anterior es alta ($a/h \gg 1$). El sistema experimenta una transición de fase

inducida por ruido de tamaño finito con punto crítico dado por

$$\left(\frac{a}{h}\right)_c = \frac{1}{N}. \quad (1)$$

En este trabajo nos preguntamos por el efecto que tiene sobre el comportamiento de los votantes en el modelo ruidoso del votante la introducción de fanáticos. Para responderla, nos centramos en varias situaciones de interés, a saber, (a) un fanático influenciado N_1 de los N votantes del sistema, (b) dos fanáticos enfrentados y afectando a los mismos N_1 votantes, y (c) dos fanáticos enfrentados pero afectando N_1 votantes diferentes. Los resultados más importantes quedan resumidos en los diagramas de fases en el espacio $(a/h, N_1/N)$ que se muestran en la figura 1. Las dos fases del modelo ruidoso del votante están separadas por una línea horizontal dada por la fórmula 1. En el caso (a) la curva crítica anterior se divide en dos, apareciendo una nueva fase (diagrama izquierdo), mientras que en los casos (b) y (c) la línea crítica originaria se curva (diagrama derecho).

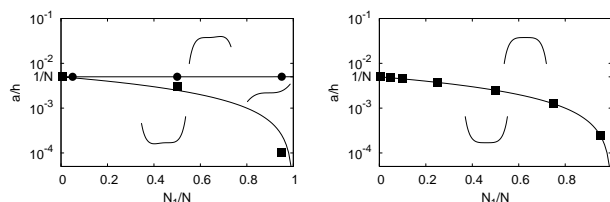


Figure 1: Diagramas de fases con las distintas formas de las densidades de probabilidad para la fracción de agentes optimistas y para los casos (a) (izquierdo) y (b) y (c) (derecho). Obsérvese que el diagrama de la derecha corresponde al caso (c) sólo para valores de $N_1/N \leq 0.5$ pues en este caso siempre hay al menos dos poblaciones disjuntas de N_1 votantes.

- [1] P. Clifford and A. Sudbury, *Biometrika* **60** 581-588 (1973)
- [2] R. A. Holley and T. M. Liggett, *Ann. Probab.* **3** 643-663 (1975)
- [3] T. M. Liggett, *Interacting Particle Systems*, Springer, 2005 Reprint (Classics in Mathematics)
- [4] M. Mobilia, *Phys. Rev. Lett.* **91** 028701 (2003)
- [5] A. Carro, R. Toral, M. San Miguel, *PLoS ONE* **10**(7): e0133287 (2015)
- [6] A. Carro, R. Toral, M. San Miguel, *Sci. Rep.* **6** 24775 (2016)
- [7] A. Kirman, *Q. J. Econ.* **108**, 137-156 (1993).